Courrier du Centre international Blaise Pascal

34 | 2012
Varia

Les probabilités au service des sciences morales, Blaise Pascal et Pierre-Simon Laplace

Yvette Perrin

Édition électronique
URL : http://journals.openedition.org/ccibp/280
DOI : 10.4000/ccibp.280
ISSN : 2493-7460

Éditeur
Centre international Blaise Pascal

Édition imprimée
Date de publication : 1 décembre 2012
Pagination : 22-27
ISBN : 978-2-84516-612-7
ISSN : 0249-6674

Référence électronique
Yvette Perrin, « Les probabilités au service des sciences morales, Blaise Pascal et Pierre-Simon Laplace », *Courrier du Centre international Blaise Pascal* [En ligne], 34 | 2012, mis en ligne le 03 décembre 2015, consulté le 01 mai 2019. URL : http://journals.openedition.org/ccibp/280 ; DOI : 10.4000/ccibp.280

Ce document a été généré automatiquement le 1 mai 2019.

Centre international Blaise Pascal

Les probabilités au service des sciences morales, Blaise Pascal et Pierre-Simon Laplace

Yvette Perrin

1 Dans sa correspondance avec Pierre de Fermat, Blaise Pascal élabore la base du calcul des probabilités à partir de situations de jeux d'argent (1654)[1]. Un siècle plus tard, en 1878, Pierre Simon Laplace élargit la base de ce calcul et fonde véritablement une théorie des probabilités[2]. Il donne pour la première fois la définition de la probabilité d'un événement dans le cas où les événements élémentaires sont équiprobables. Il établit la formule des probabilités conditionnelles, dite formule de Bayes-Laplace, peu après le chanoine Bayes mais indépendamment de celui-ci. Enfin et surtout, il étend de façon systématique le champ d'applications de la théorie des probabilités à des domaines variés, autres que la théorie des jeux, notamment à l'astronomie, la sociologie, la justice, aux opérations géodésiques, aux sciences morales. En particulier il applique le calcul des probabilités conditionnelles à la réalisation de faits humains exceptionnels, comme par exemple les miracles[3]. Il considère toujours que ces faits exceptionnels sont attestés par des témoins et cherche à calculer la véracité de leur témoignage. Dans ce domaine il apporte une contribution importante à tout un courant de réflexions mathématiques et philosophiques sur la validité de la connaissance testimoniale qui s'est développée à la fin du XVII^ème^ siècle et tout au long du XVIII^ème^ siècle. Parmi les principaux protagonistes qui ont précédé Laplace, citons le philosophe John Locke[4], le mathématicien écossais John Craig qui le premier a déplacé la doctrine des probabilités du terrain des jeux à la critique des témoignages[5], mais aussi Nicolas de Condorcet[6], David Hume[7], et bien entendu Blaise Pascal.

2 Dans son introduction à l'« Application du calcul des probabilités aux sciences morales »[8], Laplace écrit :

> La plupart de nos jugements étant fondés sur la probabilité des témoignages, il est bien important de la soumettre au calcul.

3 Il souligne ensuite la difficulté, voire l'impossibilité de l'entreprise mais affirme que dans certains cas, elle permet de prouver l'invraisemblance de croyances et raisonnements spécieux que, sous l'influence de l'opinion générale, des esprits, même très éclairés, peuvent accepter. Et de citer pêle-mêle Racine, Pascal et Locke :

> Il est affligeant de voir avec quelle complaisance Racine, ce peintre admirable du cœur humain et le poète le plus parfait qui fut jamais, rapporte comme miraculeuse la guérison de la jeune Perrier, nièce de Pascal et pensionnaire à l'abbaye de Port Royal ; il est pénible de lire les raisonnements par lesquels Pascal cherche à prouver que ce miracle devenait nécessaire à la religion pour justifier la doctrine des religieuses de cette abbaye, alors persécutée par les Jésuites...

4 Laplace poursuit :

> À cette époque les mirages et les sortilèges ne paraissaient pas encore invraisemblables, et l'on n'hésitait point à leur attribuer les singularités de la nature, que l'on ne pouvait autrement expliquer.
> Cette manière d'envisager les faits extraordinaires se retrouve dans les ouvrages les plus remarquables du siècle de Louis XIV, comme par exemple « L'essai même sur l'entendement humain » de ce sage Locke.

5 Puis il conclut :

> Les vrais principes de la probabilité des témoignages ayant été ainsi méconnus par les philosophes auxquels la raison est principalement redevable de ses progrès, j'ai cru devoir exposer avec étendue les résultats du calcul sur cet important sujet.

6 C'est donc un usage essentiellement critique que Laplace entend faire de la théorie des probabilités. Et la première cible du savant est l'« argument fameux de Pascal », c'est-à-dire l'argument du pari[9], sur lequel nous allons nous concentrer ici.

7 Le plan de cet exposé est ainsi le suivant. Dans une première partie, nous présentons les bases du calcul des probabilités des témoignages, non pas de façon étendue mais de manière la plus simple possible pour donner les outils nécessaires à la compréhension de la reconstruction que Laplace fait de l'argument du pari. Dans une deuxième partie, nous reprenons l'exposé de l'argument pascalien et exposons la critique qu'en fait Laplace. Enfin dans une troisième partie, nous montrons comment Laplace utilise encore les probabilités pour mettre en doute l'existence des miracles.

1.

8 Laplace modélise toujours les situations où intervient le hasard par le tirage au sort de boules dans une ou plusieurs urnes. C'est ce que nous allons faire pour expliquer ce qu'est une probabilité de témoignage.

9 1er cas :

> Une urne contient 100 boules, 2 sont blanches, 98 sont noires. Si l'on tire une boule au hasard, quelle est la probabilité qu'une boule blanche soit extraite ?

Laplace définit cette probabilité par le rapport du nombre de cas favorables, ici 2, au nombre de cas possibles, ici 100. La probabilité demandée est donc 2/100.

10 2ème cas :

> Une urne contient 100 boules, 2 sont blanches, 98 sont noires. On tire une boule au hasard. Un témoin assiste au tirage. Si le témoin dit qu'une boule blanche a été tirée, quelle est la probabilité qu'une boule blanche ait été effectivement tirée ?

11 Dans le premier cas Craig parle de probabilités naturelles, dans le second cas de probabilités historiques. Dans le premier cas, l'événement est le tirage au sort d'une boule dans une urne, dans le second cas l'événement observé est le témoignage par un individu du tirage d'une boule. Ce dernier est un événement composé qui résulte de la succession de deux événements : le premier est le tirage d'une boule, le second est l'énonciation par un témoin du résultat de ce tirage.

12 Mais lorsqu'on a affaire à un témoignage, la question de sa véracité se pose : le fait rapporté par le témoin s'est-il vraiment passé ? Le témoin a-t-il dit la vérité ou non ? Il faudra donc tenir compte dans le calcul des probabilités d'événements vus à travers des témoignages de la probabilité que le témoin dise vrai et de la probabilité qu'il dise faux. La formule de Bayes-Laplace permet de calculer la probabilité de tels événements conditionnés par un ou plusieurs autres événements. CetŌte formule repose essentiellement sur la notion de probabilité conditionnelle. Il est nécessaire de bien comprendre cette notion sur laquelle reposent toutes les démonstrations de Laplace.

13 Pour expliquer la notion, nous allons prendre un exemple. On jette deux fois de suite une pièce parfaitement équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois face ? L'ensemble des cas possibles est {FF, FP, PF, PP}, l'ensemble A des cas favorables est {FF} donc la probabilité est ¼. Quelle est maintenant la probabilité d'obtenir deux fois face, sachant que l'on a obtenu face au premier jet ? L'ensemble B des cas possibles est {FF, FP}, l'ensemble des cas favorables est {FF} ; la probabilité est ½, c'est la probabilité de l'événement A conditionné par l'événement B.

14 On généralise aisément cette notion en utilisant l'axiomatique de Kolmogoroff (1903-1987) aujourd'hui adoptée par tous les probabilistes. Représentons un espace probabilisé par un ensemble et les événements considérés par une famille Ω de parties de cet ensemble. À toute partie A de Ω est associé un nombre P(AB) compris entre 0 et 1 qui est la probabilité de l'événement qu'elle représente. Tout événement certain a pour probabilité 1 ; et si A et B sont deux parties disjointes $P(A \bigcup B) = P(A) + P(B)$.

15 On considère un ensemble d'événements A, B, C,... On suppose que l'événement B est réalisé et l'on veut définir la probabilité de l'événement A sachant que B est réalisé, probabilité que l'on note P (A/B). Par définition et conformément à l'exemple ci-dessus,

$$\boxed{P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

Cette formule est symétrique en *A* et *B*, donc

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

et

$P(A \cap B) = P(A/B)P(B) = P(B/A)P(A)$

Ce sont les seules formules qu'il faut connaître pour comprendre les calculs ultérieurs.

16 Revenons au témoignage du tirage d'une boule dans une urne qui contient des boules blanches et des boules noires.

Notons E l'événement : on tire une boule blanche,

E* l'événement : le témoin affirme qu'une boule blanche a été tirée,

$P(E)$ et $P(E^*)$ leur probabilité,
V l'événement : le témoin dit la vérité,
F l'événement : le témoin ne dit pas la vérité,
$P(V)$ et $P(F)$ leur probabilité.
Les événements V et F sont complémentaires, donc
$P(F) = 1 - P(V)$.

17 Laplace reconnait qu'il est très difficile d'attribuer une valeur à P(V) et donc à P(F) [8], mais ce qu'il va démontrer par le calcul est que la probabilité que le témoin dise la vérité est affaiblie considérablement par le témoignage d'un fait rare ou exceptionnel. Autrement dit, ce que Laplace veut établir est que la probabilité qu'un témoin dise la vérité, sachant qu'il témoigne d'un fait rare, est bien inférieure à celle qu'on lui attribuait à priori, i.e. avant le témoignage. C'est sur ce résultat que le mathématicien fonde l'ensemble de l'usage « critique » qu'il fait du calcul des probabilités. Le point, qui nous parait assez évident aujourd'hui, était sujet à discussion du temps de Laplace. Certains affirmaient par exemple que la confiance que l'on doit accorder à un témoin ne doit pas dépendre de son témoignage [8]. Et en réalité, il repose sur le découpage très fin de la situation de témoignage que l'on vient d'expliciter – les distinctions entre E et E*, et le conditionnement V/E*. Examinons comment Laplace s'y prend pour établir que la probabilité de la véracité du témoignage diminue lorsque le fait rapporté est rare.

18 Supposons que l'urne contienne 100 boules, 2 blanches et 98 noires et que le témoin annonce qu'une boule blanche a été tirée. Laplace calcule la probabilité de la véracité de ce témoignage, c'est-à-dire la probabilité que ce témoin ait dit la vérité, sachant qu'il a annoncé qu'une boule blanche a été tirée, c'est-à-dire encore P (V/E*).

$$P(V/E^*) = \frac{P(V \cap E^*)}{P(E^*)}$$

$P(V \cap E^*) = P(E^* \cap V) = P(E^*/V)P(V)$
$P(E^*) = P(E^* \cap V) + P(E^* \cap F) = P(E^*/V)P(V) + P(E^*/F)$
$P(F)$

19 L'événement E*/V est l'événement : le témoin a dit que l'événement E s'est réalisé et l'on sait que ce témoin a dit la vérité, donc $P(E^*/V) = P(E)$. Par conséquent :

$$P(V/E^*) = \frac{P(E)P(V)}{P(E)P(V) + P(E^*/F)P(F)}$$

Et donc :

(1)

$$P(V/E^*) = \frac{1}{1 + \dfrac{P(E^*/F)P(F)}{P(E)P(V)}}$$

20 Il reste à calculer P(E*/F). C'est le point le plus délicat. Dans cet exemple, le calcul est simple, dans le second exemple que l'on donnera plus loin il sera un peu plus compliqué. Ici P(E*/F) est la probabilité de l'événement E* sachant que le témoin ne dit pas la vérité,

c'est-à-dire la probabilité que l'événement E ne se réalise pas, c'est-à-dire encore la probabilité qu'une boule noire ait été tirée.

21 Si l'événement E est rare, c'est-à-dire si P(E) est petit, P(E*/F) = 1 - P(E) est proche de 1 et la formule **(1)** montre que la probabilité cherchée est petite. Supposons par exemple que P(V) = 9/10, donc P(F) = 1/10 ; on a d'autre part P(E) = 2/100 et P(E*/F) = 98/100. On trouve donc que P(V/E*) = 18/116 ≈ 2/10 ≤ 9/10. Si l'urne contenait 1 000 boules dont 2 blanches, on trouverait pour P(V/E*) un nombre proche de 2/100. Donc si on suppose à priori que le témoin dit 9 fois sur 10 la vérité P(V) = 9/10, la probabilité qu'il dise la vérité à l'énonciation de son témoignage n'est plus que de 2/100 environ.

22 Laplace démontre ainsi que la probabilité de la véracité d'un témoignage dépend du témoignage et est d'autant plus faible que le témoignage porte sur un fait plus rare. C'est cet argument qui va être la clef de la réfutation de l'argument du pari de Pascal.

2.

23 Venons-en au pari de Pascal[10]. Rappelons brièvement quel est le contexte et quels sont les enjeux de ce pari de la façon la moins engagée possible du point de vue de l'interprétation. Pascal imagine un dialogue entre lui et un homme du monde habitué à jouer et à calculer ses intérêts, au cours duquel il veut le convaincre de parier que Dieu existe. Pascal commence par affirmer que la raison ne permet en aucun cas de trancher sur l'existence de Dieu. Son interlocuteur acquiesce et ajoute que « le juste est de ne point parier ». Pascal répond : nous devons parier car nous sommes « embarqués » et nous ne pouvons pas ne pas nous préoccuper de notre destinée. Pour gouverner notre vie d'ici bas nous avons deux seuls choix possibles : soit suivre les commandements de Dieu, soit mener une vie de plaisirs, égoïste, en nous laissant entraîner par nos passions. La question du pari n'est donc pas : Dieu existe-t-il ou pas ? – mais faut-il vivre comme si Dieu existe ou comme s'il n'existe pas ? Et pour faire ce choix il faut parier sur l'existence ou la non existence de Dieu. Citons une nouvelle fois ce texte très célèbre :

> Dieu est ou il n'est pas. Mais de quel côté penchons-nous ? [...] Pesons le gain et la perte en prenant croix que Dieu est. Estimons ces deux cas : si vous gagner, vous gagnez tout, si vous perdez, vous ne perdez rien. Gagez qu'il est sans hésiter.

24 On sait que Pascal a élaboré les bases du calcul des probabilités à partir des situations de jeux d'argent. Lorsqu'on joue à un tel jeu, trois paramètres sont à considérer : la mise, c'est-à-dire la somme d'argent que l'on engage au départ, la probabilité de gagner et enfin le montant du gain. Un joueur se détermine à jouer en considérant d'un côté le montant du gain et la probabilité de gagner et de l'autre la mise et la probabilité de perdre. Pour quantifier ce qui apparait comme le compromis entre les valeurs du gain et de la perte et les probabilités correspondantes d'autre part, on introduit la notion d'espérance mathématique. Même si Pascal ne dégage pas explicitement cette notion d'espérance, elle constitue implicitement le critère de décision. Pour s'en rendre compte, formalisons un peu l'analyse en utilisant ce concept d'espérance que Laplace a minutieusement explicité dans son introduction à l'Application du calcul des probabilités aux sciences morales[11]. Soit un jeu supposant une mise n et permettant un gain N, soit p la probabilité de gagner et 1- p celle de perdre. L'espérance mathématique est définie par :

$\bar{E} = p(N-n) - (1-p)n$ **(2)**

N-n est le bénéfice que l'on retire du jeu si l'on gagne. Le joueur est d'autant plus enclin à jouer que l'espérance est grande.

25 Dans le cas du pari, Pascal n'envisage que l'hypothèse de l'existence de Dieu. Dans ce cas, quelle est l'espérance de gain que l'on peut espérer ? La mise est une vie terrestre, ou plutôt la quantité de bonheur que vous perdez en renonçant aux plaisirs du monde ; le gain est le nombre de vies heureuses que vous gagnez si vous vivez vertueusement, et p est la probabilité que Dieu existe.

26 Pour Pascal *p* est un nombre appréciable, c'est-à-dire non infinitésimal, N est un nombre infiniment grand, n est un nombre fini, ou même infiniment petit, donc N-n est infini de même que p (N-n). Comme (1-p) n est fini, il en résulte que $\bar{E}$, l'espérance de gain est infinie. Il faut donc parier sans hésiter sur l'existence de Dieu.

27 Mettons en évidence les présupposés de ce pari, présupposés sur lesquels s'appuieront les détracteurs de Pascal pour réfuter le pari :

1. La probabilité que Dieu existe n'est pas infiniment petite.
2. La mise, i.e. la quantité de bonheur que l'on peut avoir sur terre est très faible, car la vie sans Dieu est misérable.
3. Si l'on mène une vie vertueuse et si Dieu existe, la béatitude éternelle nous sera accordée à notre mort, c'est-à-dire que nous bénéficierons d'une infinité de vies heureuses. Le Dieu dont il s'agit ici est le Dieu biblique de l'Alliance et la foi en ce Dieu inclut celle dans un jugement personnel de chaque homme et l'éternité qui en résulte pour celui qui a mis sa confiance en Dieu.

28 C'est sur ce dernier présupposé que Laplace s'appuie pour contester le pari. Voyons en quels termes il formule sa critique. Laplace reprend d'abord l'argument pascalien en insistant sur le fait que la promesse en une félicité éternelle est en réalité exprimée par un témoignage :

> **Des témoins attestent** qu'ils tiennent de la Divinité même qu'en se conformant à telle chose on jouira, non pas d'une ou deux vies heureuses mais d'une infinité de vies heureuses. Quelque faible que soit la probabilité des témoignages, pourvu qu'elle ne soit pas infiniment petite, il est clair que l'avantage de ceux qui se conforment à la chose prescrite est infini puisqu'il est le produit de cette probabilité par un bien infini ; on ne doit donc point balancer à se procurer cet avantage.

29 C'est sur la présence du filtre testimonial que repose toute la critique de Laplace :

> Cet argument est fondé sur le nombre infini des vies heureuses promises au nom de la Divinité par les témoins ; il faudrait donc faire ce qu'ils prescrivent, précisément parce qu'ils exagèrent leurs promesses au delà de toutes limites, conséquences qui répugnent au bon sens. Aussi le calcul nous fait-il voir que cette exagération même affaiblit la probabilité de leur témoignage, au point de la rendre infiniment petite ou nulle.

30 Déployons l'argument. Quel est le gain de félicité que l'on peut espérer en pariant sur l'existence de Dieu ? Ce sera selon la formule (2) :

$\bar{E} = p'(N-n) - (1-p')n$

31 Mais ici p' est la probabilité de la véracité du témoignage, c'est-à-dire la probabilité que, sachant que le témoin a annoncé « si Dieu existe celui qui mène une vie vertueuse aura une infinité de vies heureuses », ce témoin a dit la vérité. Et Laplace montre que cette probabilité est infiniment petite. Pour ce faire, il considère le modèle suivant :

Une urne contient un très grand nombre N de boules, numérotées de 1 à N. On tire une boule au hasard. Le numéro de la boule extraite représente le nombre de vies de bonheur qu'on obtiendra si on se conforme à la volonté de Dieu, la béatitude éternelle correspondant à un nombre N infini. Un témoin assiste au tirage et atteste que la boule extraite porte le numéro N, i.e. le plus grand des numéros.

32 Comme précédemment, notons
E l'événement : La boule extraite a le numéro N ; P(E) = 1/N.
E* l'événement : Le témoin dit que la boule extraite a le numéro N
V et F les événements : le témoin dit la vérité, le témoin ne dit pas la vérité, et comme précédemment, nous supposerons que P(V) = 9/10 et P(F) = 1/10.

33 On doit calculer p' = P(V / E*). Selon la formule (1),

$$\mathrm{P(V/\,E^*)} = \frac{1}{1+\dfrac{P(E^*/F)P(F)}{P(E)P(V)}}$$

34 Reste à calculer P(E*/F). C'est le point le plus subtil qui montre le rôle primordial du témoin dans l'évaluation de la probabilité p'. Ici l'événement E*/F est le suivant : le témoin a dit que la boule extraite a le numéro N et l'on sait que le témoin a menti. Cet événement est le produit de deux événements indépendants. Le premier est : la boule extraite n'est pas celle qui a le numéro N et sa probabilité est N-1/N. Le second est : le témoin a choisi parmi les N-1 boules qui restent dans l'urne celle qui a le plus grand numéro ; l'estimation de sa probabilité est plus problématique. Si le témoin ne privilégiait aucune boule numérotée parmi les N-1 restantes dans l'urne, la probabilité de son choix serait 1/N-1 et dans ce cas on aurait :

$$\mathrm{P(E^*/F)} = \frac{N-1}{N}\cdot\frac{1}{N-1} = \frac{1}{N}$$

et

$$\mathrm{p'} = \frac{1}{1+\left(\dfrac{1/N\times 1/10}{1/N\times 9/10}\right)} = \frac{1}{1+\dfrac{1}{9}}$$

35 Mais, dit Laplace, ce témoin est chrétien et il a tout intérêt à croire et à faire croire qu'un bon chrétien aura le plus grand nombre de vies heureuses s'il mène une vie pour Dieu et non pour lui-même. Donc la probabilité qu'il choisisse parmi les N-1 boules non tirées celle qui a le plus grand numéro est bien supérieure à 1/N-1 et il propose que cette probabilité soit, par exemple de ½, probabilité attribuée a priori[12]. Dans ces conditions

$$\mathrm{P(E^*/\,F)} = \frac{N-1}{N}\cdot\frac{1}{2}$$

Et l'on trouve pour *p'* l'expression suivante :

$$\mathrm{p'} = \frac{18}{17+N}$$

L'espérance de gain est alors :

$$p'(N - n) - (1 - p')n = \frac{18}{17+N}(N - n) - (1 - \frac{18}{17+N} n$$

et lorsque N tend vers l'infini le terme qui représente le gain :

$$\frac{18}{17+N}(N - n)$$

a une limite finie 18, l'espérance a pour limite 18 - n (qui peut être négative si l'on évalue fortement la mise n, comme le fait, par exemple, Hans Jonas[13]). Laplace conclut alors : « l'infini disparaît du produit qui exprime l'avantage résultant de la promesse ce qui détruit l'argument de Pascal. »

36 Nous voyons finalement que Pascal et Laplace s'opposent sur un seul point : dans l'hypothèse où Dieu existe, Pascal ne met pas en doute que ce Dieu est celui de la Bible et ne remet pas en cause les Écritures ; Laplace, au contraire, n'accorde pas un statut spécial aux textes bibliques, et les considère seulement comme les récits de témoignages humains.

3.

37 Pour les mêmes raisons les deux savants s'opposent sur la crédibilité à accorder à l'existence des miracles religieux. On sait que Pascal a accordé une grande importance à l'attestation de miracles dans l'Ancien et le Nouveau Testament et en fait un des arguments de la supériorité de la religion chrétienne[14]. Laplace utilise à nouveau le calcul des probabilités pour démontrer l'invraisemblance des témoignages de ces faits extraordinaires. Là encore il est intéressant de voir comment il procède.

38 Il prend comme exemple la résurrection d'un individu et cite l'article « Certitude » de l'Encyclopédie (composé par l'abbé De Prades)[15] :

> On suppose deux témoins également dignes de foi, dont le premier atteste qu'il a vu mort, il y a quinze jours, un individu que le second témoin affirme avoir vu hier plein de vie. L'un ou l'autre de ces faits n'offre rien d'invraisemblable. La résurrection de l'individu est une conséquence de leur ensemble ; mais les témoignages ne portant pas directement sur elle, ce qu'elle a d'extraordinaire ne doit point affaiblir la croyance qui leur est due.

39 Laplace va montrer par le calcul qu'il n'en est rien. Il prend comme modèle celui de deux urnes A et B. L'urne A contient un million de boules blanches, l'urne B contient un million de boules noires. On tire une boule de l'une des urnes ; on la met dans l'autre urne et on tire ensuite une boule de cette deuxième urne. Deux témoins, l'un du premier tirage, l'autre du second attestent que la boule qu'ils ont vu extraire est blanche. Chaque témoignage pris isolément n'a rien d'extraordinaire. Mais il suit de l'ensemble des témoignages qu'une boule blanche a été tirée de l'urne A au premier tirage et qu'ensuite mise dans l'urne B elle a réapparu au deuxième tirage ce qui est extraordinaire puisque l'urne B contenait alors un million de boules noires et une seule boule blanche. La probabilité de tirer la boule blanche au 2ème tirage étant 1/1000001. Laplace calcule la probabilité que l'événement ait effectivement eu lieu, c'est-à-dire la probabilité que chacun des deux témoins ait dit la vérité en supposant, à priori, que ces deux témoins disent 9 fois sur 10 la vérité, et il trouve un nombre extrêmement petit. Le calcul est un

peu plus compliqué que dans les cas précédents car interviennent deux témoins mais il relève des mêmes principes.

40 Là encore ce que Laplace démontre est que plus un événement vu à travers un ou plusieurs témoignages est rare plus la probabilité qu'il se soit réellement réalisé est faible. Il montre aussi dans cet exemple que plus le nombre de témoins qui interviennent est grand, plus cette probabilité est faible.

***

41 Nous avons vu quels sont les présupposés sur lesquels repose le raisonnement de Pascal, et la critique qu'en fait Laplace. Mais l'analyse de Laplace repose sur le recours, à deux reprises, à des probabilités attribuées a priori – probabilité dont Laplace lui-même reconnaît le caractère problématique. La première estimation, celle de la probabilité a priori qu'a le témoin de dire le vrai est déjà sujet à discussion[16], mais la seconde évaluation, celle qui porte sur l'événement que le témoin choisisse parmi les N-1 boules qui restent dans l'urne celle qui a le plus grand numéro, est encore plus discutable. Laplace suppose que cette probabilité est fixée indépendamment de N, et justifie sa décision par le fait qu'il est dans l'intérêt du témoin de se tromper ou de tromper toujours de la même manière. N'est-ce pas déjà s'introduire dans le domaine mouvant de la psychologie de la croyance ? Laplace reconnaît que la question de l'évaluation de la probabilité a priori est toujours sujet à discussion, mais il ne dit rien de la détermination simultanée de probabilités a priori concernant des croyances entretenues par un même sujet. Or, dans sa critique du pari, c'est cette attribution de deux probabilités a priori, et avec elle, le portrait en creux qui est fait du croyant, qui est déterminante.

42 Que faut-il conclure ? Laplace a-t-il convaincu plus aisément un croyant de son époque que Pascal un sceptique du XVII$^{\text{ème}}$? On en doute. Pascal et Laplace utilisent tous les deux les probabilités pour défendre des positions théologiques symétriquement opposées. Et cette différence de points de vue reflète une évolution dans la façon de penser les probabilités au cours des XVII$^{\text{ème}}$ et XVIII$^{\text{ème}}$ siècles. Pascal exploitait la nouvelle géométrisation du hasard issue de l'étude des jeux d'argent pour défier l'homme du monde sur son terrain. Laplace met à profit l'émergence de la nouvelle conception de la connaissance testimoniale, et utilise de façon très subtile des modélisations en termes de tirages au sort d'une boule dans une ou plusieurs urnes pour dénoncer ce qu'il considère comme de la superstition. Aucun des deux savants ne met en doute la modélisation mathématique sur laquelle il fonde sa démonstration. Il y a chez les deux probabilistes une commune volonté d'introduire les mathématiques dans des domaines comme les sciences morales et théologiques, qui jusqu'alors ne s'y prêtaient pas, afin d'y apporter plus de rigueur.

NOTES

1. PASCAL B. (1654), *La règle des partis*, dans *Œuvres complètes*, Lafuma, Seuil, Paris, 1963.

2. LAPLACE, P.S. (1820), *Principes généraux du calcul des probabilités, XI*, dans *Œuvres complètes*, 3ème édition, Gauthier-Villars, Paris.
3. LAPLACE, P. S. (1820), *Application du calcul des probabilités aux sciences morales* dans *Œuvres complètes*, 3ème édition, Gauthier-Villars, Paris.
4. LOCKE, J. (1690) *Essai philosophique concernant l'entendement humain*, Vrin, Paris.
5. CONDORCET, N. (1785), *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions*, Imprimerie royale, Paris, 1785.
6. CRAIG, J. (1699) *Theologiae Christianae Principia Mathematicae*, Timothy Child, London.
7. HUME, D. (1748), *Enquête sur l'entendement humain*, Flammarion, Paris, 1983.
8. LAPLACE, P. S. (1820), *Application du calcul des probabilités aux sciences morales* dans *Œuvres complètes*, 3ème édition, Gauthier-Villars, Paris.
9. PASCAL, B. *Pensées*, section III, 233 dans *Pensées et Opuscules*, Brunschvicg, 10ème édition, Hachette, 1922.
10. PASCAL, B. *Pensées*, section III, 233 dans *Pensées et Opuscules*, Brunschvicg, 10ème édition, Hachette, 1922.
11. LAPLACE, P. S. (1820), *Application du calcul des probabilités aux sciences morales* dans *Œuvres complètes*, 3ème édition, Gauthier-Villars, Paris.
12. LAPLACE, P. S. (1820), *Application du calcul des probabilités aux sciences morales* dans *Œuvres complètes*, 3ème édition, Gauthier-Villars, Paris.
13. JONAS, H. (1990), *Le Principe de responsabilité*, Éditions du Cerf, Paris, 1990.
14. PASCAL B. *Pensées*, section IV, dans *Pensées et Opuscules*, Brunschvicg, 10ème édition, Hachette, 1922.
15. DE PRADES, (1751) *Certitude* dans L'Encyclopédie, t. 2, Paris, 1751-1772.
16. Quel sens mathématique peut-on donner à la véracité d'un témoin et quelle méthode utiliser pour la chiffrer ? Peut-on considérer cette probabilité comme limite de fréquences et faire une étude statistique sur chaque témoin en l'assimilant à une boîte entrée-sortie qui recevrait des informations et les transmettrait en les modifiant ou non aléatoirement ? Ou sinon est-on réduit à donner une valeur a priori à cette probabilité, mais alors de quels facteurs doit-on tenir compte ?

RÉSUMÉS

Dès la fin du XVIIème siècle et tout au long du XVIIIème, des philosophes et des mathématiciens se sont intéressés au problème de la validité de la connaissance testimoniale. On se penche ici plus particulièrement sur la façon dont Laplace a utilisé la théorie des probabilités conditionnelles pour définir la probabilité de la véracité d'un témoignage, et sur la façon dont il se sert de cette définition pour réfuter les arguments du pari de Pascal et mettre en doute l'existence des miracles.

INDEX

Mots-clés : Pascal, Laplace (Pierre-Simon), probabilités, sciences morales
Keywords : probabilities, moral sciences